

VISUALIZACIÓN, MANIPULACIÓN Y CÁLCULOS DE GEOMETRÍA DIFERENCIAL CON *MATHEMATICA*

Nome do profesor do coordinador

EDUARDO GARCÍA RÍO

Descrición dos materiais producidos

Elaboráronse os seguintes paquetes informáticos na linguaxe “Mathematica”:

- *RiemannianGeometry `Curvature*
- *RiemannianGeometry `CurvatureOperators*
- *RiemannianGeometry `DifferentialOperators*

Descrición das tarefas realizadas por cada membro

- Eduardo García Ríó (Profesor Coordinador)
Clarificación dos obxectivos do proxecto a fin de desenvolver unha adecuada programación dos mesmos. Estructuración nos aspectos de cálculo en función dos coñecementos dos membros do equipo de traballo. Implementación dos manuais de auto-axuda e posta en práctica dos mesmos con algúns alumnos matriculados na materia “Xeometría de Riemann”.
- Miguel Brozos Vázquez e J. Carlos Díaz Ramos
Implementación na linguaxe “*Mathematica*” dos paquetes para calcular obxectos xeométricos en variedades Riemannianas e pseudo-Riemannianas. Ditos paquetes permite obter a conexión de Levi Civita, o tensor de curvatura e operadores asociados ó mesmo (como o operador de Jacobi), así como operadores diferenciais sobre a variedade (gradiente, diverxencia, laplaciano) a partir da expresión do tensor métrico en coordenadas.

Grao de cumprimento dos obxectivos do proxecto

Os obxectivos do proxecto establecíanse na solicitude do mesmo en base ás seguintes etapas

- Obxectivo primeiro: Programación dos obxectos que desexamos manipular tanto a nivel de visualización como de cálculo efectivo.

Esta tarefa acadou un grao de execución do 80%. Desenvolvéronse tres paquetes na linguaxe “*Mathematica*” para a realización de cálculos sobre variedades pseudo-Riemannianas:

- *RiemannianGeometry`Curvature*
- *RiemannianGeometry`CurvatureOperators*
- *RiemannianGeometry`DifferentialOperators*

O primeiro dos paquetes creados permite efectuar cálculos (tanto simbólicos coma efectivos) dos elementos básicos da xeometría pseudo-Riemanniana: conexión métrica, tensores de curvatura e de Ricci, curvatura escalar, tensor de Weyl e derivada covariante do tensor de curvatura. Ademais, este paquete constitúe a raíz con autonomía propia, mentres que os outros utilizan ferramentas desenvolvidas por este.

O paquete *CurvatureOperators* permite calcular o operador de Ricci e a curvatura seccional, así como distintos operadores naturais asociados á curvatura: operador de Jacobi, operador de Szabó e o operador de curvatura anti-simétrico.

Finalmente, o paquete *DifferentialOperators* calcula o operador derivada covariante de calquera orde (tanto de vectores como de campos de tensores), os operadores diferenciais gradiente, diverxencia, hessiano e laplaciano, así como o operador derivada de Lie.

- Obxectivo segundo: Desenvolvemento de manuais de auto-axuda.

Esta tarefa acadou un alto grao de execución (poderíamos dicir que do 80%). Sen embargo, unha tarefa pendente é a de perfeccionar os manuais, facéndoos máis sinxelos, atractivos e fáciles de manexar.

- Obxectivo terceiro: Creación dunha páxina web da materia ao fin de facilitar aos alumnos o acceso ao programa.

Esta tarefa acadou un grao de execución menor. Se ben está clara a estrutura da páxina web da materia, a súa total elaboración precisará dunha continuación do proxecto desenvolvido no seguinte ano. 30%

Grao de cumprimento do plan de traballo

O plan de traballo estruturábase da seguinte forma:

- Primeiro cuadrimestre: Programación dos materiais necesarios
- Segundo cuadrimestre: Desenvolvemento dos manuais de auto-axuda e a súa posta en práctica cos alumnos da asignatura “Xeometría de Riemann”.

O grao de cumprimento en ambo-los dous cuadrimestres foi moi alto, permitindo acadar os obxectivos propostos de forma moi satisfactoria.

Valoración da experiencia

En termos xerais, a valoración da experiencia é moi positiva.

É importante sinalar que un aspecto básico (de feito esencial) en xeometría é a necesidade por parte do alumno de realizar cálculos, que en moitas ocasións son repetitivos e tediosos. Un dos obxectivos do proxecto, no que o grado de realización foi totalmente satisfactorio, permite poñer a disposición dos alumnos unha ferramenta capaz de realizar estes cálculos dunha forma case inmediata, utilizando a potencia de cálculo dos modernos ordenadores.

Esta ferramenta permitirá aos alumnos non so comprobar os resultados dos exercicios a realizar, senón que tamén pode ser aplicada para a elaboración de exemplos que permitan obter un maior grao de visión intuitiva.