

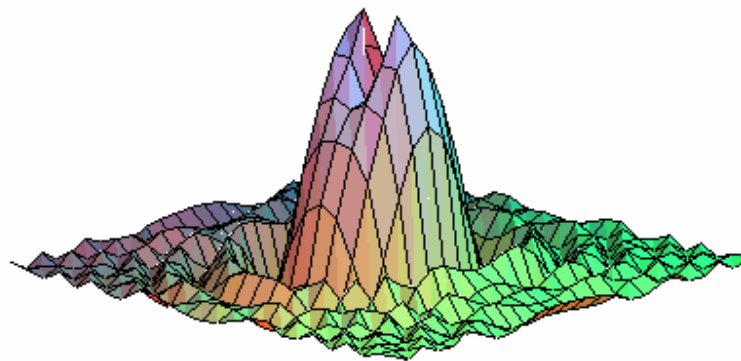


UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Facultad de Administración y Dirección de Empresas

MATEMÁTICAS EMPRESARIALES II

GUÍA RESUMIDA



PROFESOR: TARRÍO VÁZQUEZ, EMILIO

DEPARTAMENTO: ECONOMÍA CUANTITATIVA

PROGRAMA - CURSO ACADÉMICO 2008-09

**FACULTAD DE ADMINISTRACIÓN Y DIRECCIÓN DE
EMPRESAS**

DIPLOMATURA EN CIENCIAS EMPRESARIALES

1ª Parte: CÁLCULO DIFERENCIAL

TEMA 1: DERIVABILIDAD EN CAMPOS ESCALARES Y VECTORIALES.

1.- INTRODUCCIÓN.

- 1.1.- Las funciones como instrumentos de modelización económica.
- 1.2.- Funciones de varias variables.
- 1.3.- Representación gráfica de una función.
- 1.4.- Conjuntos de nivel.

2.- DERIVABILIDAD PARA FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.

3.- DERIVADAS PARA CAMPOS ESCALARES

- 3.1.- Introducción.
- 3.2.- Derivadas direccionales y parciales.
- 3.3.- Vector gradiente.
- 3.4.- Ejemplos:
- 3.5.- Interpretación geométrica y conceptual de las derivadas parciales.
- 3.6.- Relación entre derivabilidad y continuidad.

4.- DERIVADAS PARCIALES DE ORDEN SUPERIOR. MATRIZ HESSIANA.

- 4.1.- Funciones reales de una variable: derivadas sucesivas.
- 4.2.- Derivadas parciales de segundo orden.
- 4.3.- Matriz hessiana
- 4.4.- Interpretación geométrica y conceptual de las derivadas parciales de segundo orden.
- 4.5.- Teorema de Schwartz
- 4.6.- Derivadas parciales de orden superior
- 4.7.- Funciones continuamente derivables.
- 4.8.- Operadores

5.- DERIVADAS PARA CAMPOS VECTORIALES. MATRIZ JACOBIANA

6.- APLICACIONES ECONÓMICAS

- 6.1.- Valores totales
- 6.2.- Valores medios
- 6.3.- Valores marginales
- 6.4.- Elasticidades

7.- EJERCICIOS RESUELTOS.

**TEMA 2: DIFERENCIABILIDAD EN CAMPOS ESCALARES Y
VECTORIALES.**

1.- INTRODUCCIÓN.

2.- DIFERENCIALES PARA FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL.

3.- DIFERENCIABILIDAD PARA CAMPOS ESCALARES

- 3.1.- Definición
- 3.2.- Relación entre diferenciabilidad y derivabilidad. Matriz asociada
- 3.3.- Relación entre diferenciabilidad y continuidad

4.- CONDICIÓN SUFICIENTE DE DIFERENCIABILIDAD. PROPIEDADES DEL VECTOR GRADIENTE.

- 4.1.- Condición suficiente de diferenciabilidad.
- 4.2.- Propiedades del vector gradiente.

5.- PLANO TANGENTE A UNA SUPERFICIE. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE LA DIFERENCIAL.

- 5.1.- Plano tangente a una superficie.
- 5.2.- Interpretación geométrica de la diferencial.

6.- TEOREMA DEL VALOR MEDIO (O DE LOS INCREMENTOS FINITOS).

- 6.1.- Introducción: teorema del valor medio en funciones de una variable.
- 6.2.- Teorema del valor medio en campos escalares.

7.- DIFERENCIALES PARA CAMPOS VECTORIALES

- 7.1.- Definición
- 7.2.- Operaciones con funciones diferenciables.

8.- DIFERENCIABILIDAD DE FUNCIONES COMPUESTAS. LA REGLA DE LA CADENA.

- 8.1.- Diferenciabilidad de funciones compuestas.
- 8.2.- Aplicaciones de la regla de la cadena.

9.- APLICACIONES ECONÓMICAS.

10.- EJERCICIOS RESUELTOS.

TEMA 3: DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR EN CAMPOS ESCALARES. TEOREMA DE TAYLOR.

1.- INTRODUCCIÓN.

2.- DIFERENCIALES DE ORDEN SUPERIOR PARA CAMPOS ESCALARES.

3.- TEOREMA DE TAYLOR PARA FUNCIONES DE UNA VARIABLE.

4.- TEOREMA DE TAYLOR PARA CAMPOS ESCALARES. APROXIMACIÓN POLINÓMICA DE UNA FUNCIÓN.

5.- EJERCICIOS RESUELTOS.

TEMA 4.- FUNCIONES IMPLÍCITAS.

1.- INTRODUCCIÓN.

2.- FUNCIONES IMPLÍCITAS DE UNA VARIABLE.

- 2.1.- Teorema de existencia
- 2.2.- Derivación.
- 2.3.- Ejemplos.

3.- CAMPOS ESCALARES IMPLÍCITOS.

- 3.1.- Teorema de existencia.
- 3.2.- Derivación.
- 3.3.- Ejemplos:

4.- CAMPOS VECTORIALES IMPLÍCITOS.

- 4.1.- Teorema de existencia.
- 4.2.- Derivación.
- 4.3.- Ejemplos:

5.- DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR EN FUNCIONES IMPLÍCITAS.

6.- APLICACIONES ECONÓMICAS.

- 6.1.- Relación técnica de sustitución entre bienes y entre factores productivos.
- 6.2.- Consideraciones sobre el problema económico de la competencia imperfecta.

7.- EJERCICIOS RESUELTOS.

TEMA 5: FUNCIONES HOMOGÉNEAS. INTERPRETACIONES ECONÓMICAS.

- 1.- INTRODUCCIÓN.**
- 2.- FUNCIONES HOMOGÉNEAS. EJEMPLOS.**
 - 2.1.- Definición de función homogénea.
 - 2.2.- Ejemplos de funciones homogéneas.
- 3.- INTERPRETACIÓN DEL GRADO DE HOMOGENEIDAD. RENDIMIENTOS DE ESCALA.**
- 4.- PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES HOMOGÉNEAS.**
- 5.- TEOREMA DE CARACTERIZACIÓN DE LAS FUNCIONES HOMOGÉNEAS.**
- 6.- TEOREMA DE EULER.**
- 7.- APLICACIONES ECONÓMICAS.**
 - 7.1.- Función de producción de Cobb-Douglas.
- 8.- EJERCICIOS RESUELTOS.**

2ª Parte: CÁLCULO INTEGRAL

TEMA 6: INTEGRAL INDEFINIDA. MÉTODOS DE INTEGRACIÓN.

- 1.- INTRODUCCIÓN.**
- 2.- INTEGRAL INDEFINIDA. PROPIEDADES.**
 - 1.1. Concepto de integral indefinida.
 - 1.2.- Interpretación geométrica de la integral indefinida.
 - 1.3.- Propiedades.
- 3.- TABLA DE INTEGRALES INMEDIATAS.**
- 4.- MÉTODOS ELEMENTALES DE INTEGRACIÓN.**
 - 3.1.- Integración por descomposición
 - 3.2.- Integración por sustitución.
 - 3.3.- Integración por cambio de variable.
 - 3.4.- Integración por partes.
 - 3.5.- Integración por reducción.
- 5.- INTEGRACIÓN DE FUNCIONES RACIONALES. MÉTODO DE HERMITE.**
 - 4.1.- Método de Hermite.
- 6.- INTEGRACIÓN DE FUNCIONES IRRACIONALES.**
 - 5.1.- Sustituciones en funciones irracionales.
 - 5.2.- Integrales irracionales cuadráticas.
 - 5.3.- Sustituciones de Euler.
 - 5.4.- Método alemán.
 - 5.5.- Integrales binomias.
- 7.- INTEGRACIÓN DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.**
- 8.- EJERCICIOS RESUELTOS.**

TEMA 7: INTEGRAL DEFINIDA.

- 1.- INTRODUCCIÓN.**
- 2.- DEFINICIÓN DE INTEGRAL DEFINIDA.**
- 3.- PROPIEDADES DE LA INTEGRAL DEFINIDA.**
- 4.- TEOREMA DE LA MEDIA.**

- 5.- TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO INTEGRAL. REGLA DE BARROW**
 - 5.1.- Teorema fundamental del cálculo integral.
 - 5.2.- Regla de Barrow.
- 6.- CAMBIO DE VARIABLE E INTEGRACION POR PARTES DE UNA INTEGRAL DEFINIDA.**
 - 6.1.- Cambio de variable en una integral definida.
 - 6.2.- Integración por partes para integrales definidas.
- 7.- INTEGRALES IMPROPIAS.**
 - 7.1.- Integrales impropias de primera especie.
 - 7.2.- Integrales impropias de segunda especie
- 8.- APLICACIONES GEOMÉTRICAS DE LA INTEGRAL DEFINIDA.**
 - 8.1.- Cálculo de áreas de regiones planas.
 - 8.2.- Longitud de un arco de curva.
 - 8.3.- Volúmenes de sólidos en revolución.
 - 8.4.- Área de superficies de revolución
- 9.- APLICACIONES ECONÓMICAS DE LA INTEGRAL DEFINIDA.**
- 10.- EJERCICIOS RESUELTOS.**

TEMA 8: INTEGRAL MÚLTIPLE. CAMBIO DE VARIABLE.

- 1.- INTRODUCCIÓN.**
- 2.- DEFINICIÓN DE INTEGRAL DOBLE. PROPIEDADES.**
- 3.- INTEGRACIÓN SOBRE UN RECTÁNGULO. TEOREMA DE FUBINI.**
- 4.- INTEGRACIÓN SOBRE REGIONES MÁS GENERALES.**
- 5.- APLICACIONES GEOMÉTRICAS DE LA INTEGRAL DOBLE.**
- 6.- TEOREMA DEL VALOR MEDIO.**
- 7.- CAMBIO DE VARIABLE.**
- 8.- APLICACIONES ECONÓMICAS**
- 9.- EJERCICIOS RESUELTOS.**

TEMA 9: MÉTODOS ESPECIALES DE INTEGRACIÓN.

- 1.- INTRODUCCIÓN.**
- 2.- FÓRMULAS RECURRENTES. PRODUCTO DE WALLIS.**
- 3.- FUNCIÓN GAMMA.**
 - 3.1.- Definición.
 - 3.2.- Propiedades de la función Γ .
 - 3.3.- Ejemplos de la función Γ .
- 4.- LA FUNCIÓN BETA.**
 - 4.1.- Definición.
 - 4.2.- Propiedades de la función β .
 - 4.3.- Relación entre las funciones Γ y β .
 - 4.4.- Ejemplos de la función β .
- 5.- DERIVACIÓN DE INTEGRALES PARAMÉTRICAS.**
 - 5.1.- Casos en que resulta aplicable.
 - 5.2.- Regla de Leibniz.
- 6.- CÁLCULO DE INTEGRALES SIMPLES MEDIANTE INTEGRALES DOBLES.**
- 7.- EJERCICIOS RESUELTOS.**

- **JUSTIFICACIÓN DE LA ASIGNATURA.**

Dado que se trata de una asignatura que se imparte en el primer cuatrimestre de solamente 4,5 créditos y siempre teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos en la asignatura Matemáticas Empresariales I que se estudió en el curso anterior, de la que ésta es continuación en este nuevo Plan de Estudios; se pretende ver las herramientas imprescindibles de matemáticas para que el alumnado pueda resolver aquellos problemas que les aparezcan con la materia, tanto en el estudio de la diplomatura y licenciatura como en la futura actividad profesional.

- **OBJETIVOS DE LA ASIGNATURA.**

Desarrollar con claridad y cierta precisión los conceptos que corresponden al programa de la asignatura desde la derivabilidad y diferenciabilidad para funciones de varias variables, pasando por las funciones homogéneas y su interpretación, tan utilizadas en economía; hasta abordar los problemas de integración tanto de una como de varias variables, así como sus aplicaciones. Conocimientos que los alumnos precisan para un normal entendimiento de muchos conceptos que se estudian en otras asignaturas de esta Diplomatura.

- **FORMAS DOCENTES Y EVALUACIÓN.**

Clases teóricas y prácticas, corresponden tres horas semanales que son desarrolladas en la pizarra por el profesor para todo el programa y se proponen ejercicios a resolver durante el cuatrimestre como continuación de las clases. Se procura dar los conocimientos indispensables para avanzar en la asignatura con notación adecuada para tener los conceptos claros y entender fácilmente cualquier problema que pueda presentarse.

Tutorías, para intentar resolver todo tipo de dudas que puedan tener los alumnos respecto a la materia, los mencionados alumnos disponen de seis horas semanales, siendo el horario de las tutorías el que figura en la puerta del despacho correspondiente. La asignatura dispone además de un espacio WEB de apoyo y complemento a las clases, en la USC Virtual de la Universidad de Santiago de Compostela, donde se exponen los temas con diverso material, etc.

Evaluación, consistirá en un examen final, que se realizará en febrero y septiembre del 2.010, estando ya expuestas sus fechas por la Dirección del Centro. Los exámenes constarán de un máximo de teoría del 40% y el resto se dedicará a problemas.

Bibliografía, de acuerdo con el programa y las clases impartidas, damos una relación de libros que se entiende apropiada para el estudio de la asignatura, distinguiendo libros de fundamentos matemáticos, aplicados a la economía y de problemas.

- **BIBLIOGRAFÍA.**

I) Fundamentos matemáticos.

- Abellanas - Galindo. *Métodos de Cálculo*.
Ed. McGraw-Hill, 1992.
- Apóstol, T.M. *Análisis Matemático*.
Ed. Reverté, 1982.
- Apóstol, T.M. *Cálculus* (2 volúmenes).
Ed. Reverté, 1991.**
- Ayres, F. Jr.- Mendelson, E. *Cálculo Diferencial e Integral*.
Ed. McGraw-Hill, 1996.
- Burgos, J. *Cálculo Infinitesimal de varias variables*.
Ed. McGraw-Hill, 1995.
- Burgos, J. *Cálculo Infinitesimal. Teoría y Problemas*.
Ed. Alhambra, 1993.
- García, A. y otros. *Cálculo I. Teoría y problemas de Análisis Matemático en una variable*.
Ed. CLAGSA, 1996.
- García, A. y otros. *Cálculo II. Teoría y problemas de funciones de varias variables*.
Ed. CLAGSA, 1996.
- García Castro, F.- Gutiérrez Gómez, A. *Cálculo Infinitesimal II*.
Ed. Pirámide, 1992.
- Lang, S. *Cálculo II*.
Ed. Fondo Educativo Iberoamericano, 1976.
- Losada, R. *Análisis Matemático*.
Ed. Pirámide, 1978.
- Marsden, J. E.- Tromba, A.J. *Cálculo Vectorial*.
Ed. Fondo Educativo Iberoamericano, 1991.**
- Piskunov, N. *Cálculo Diferencial e Integral*.
Ed. Montaner y Simón, 1978.**

II) Aplicados a la economía.

- Balbas - Gil - Gutiérrez. *Análisis Matemático para la Economía I y II*.
Ed. AC. 1991.**
- Borrell, J. *Métodos Matemáticos para la Economía I*.
Ed. Pirámide, 1982.**
- Caballero - González - Triguero. *Métodos Matemáticos para la Economía I*.
Ed. Alhambra, 1982.
- Chiang, A.C. *Métodos Fundamentales de la Economía Matemática*.
Ed. McGraw-Hill.
- Costa Reparaz, E. *Matemáticas para Economistas*.
Ed. Pirámide, 1989.
- Estapé, G. *Funcions de Diferents Variables Reals*.
Univ. Autònoma de Barcelona , 1984**

Grafe J. *Matemáticas para Economistas*.
Ed. McGraw- Hill.

Jarne, G.-Pérez-Grasa, I.-Minguillón, E. *Matemáticas para la economía*.
Ed. McGraw- Hill, 2001.

Martínez, J. - De Miguel Domínguez, J. *Integrales. Aplicación a la Economía*.
Ed. Tórculo.

Pérez Garzón, J.I. - Lora Espinosa, E. *Curso de Matemática Empresarial*.
Ed. Pirámide, 1991.

Pérez-Grasa, I.-Minguillón, E.- Jarne, G. *Matemáticas para la economía*.
Ed. McGraw- Hill, 2001.

**Quiñoá López, X.L. *Matemática (Económicas-Empresariales)*.
Universidade de Santiago.**

**Rodríguez - Prieto y otros. *Matemáticas 2*.
Ed. Centro Estudios Ramón Areces, S.A.1994.**

**Samamed - Prieto y otros. *Matemáticas 1*.
Ed. Centro Estudios Ramón Areces, S.A. 1988 .**

Sydsaeter, K. - Hammond, P.J. *Matemáticas para el Análisis Económico*.
Ed. Prentice Hall, 1996.

Vegas Pérez, A -López Cachero, M. *Elementos de Matemáticas para Economistas*.
Ed. Pirámide,1982.

III) Libros de problemas.

**Alegre, P. y otros. *Ejercicios Resueltos de Matemáticas Empresariales 1 e 2*.
Ed. AC., 1993.**

Bombal, F. -Marín, R.. - Vera, G. *Problemas de Análisis Matemático 2*.
Ed. AC. 1988.

Coquillat, F. *Cálculo Integral*.
Ed. Tébar Flores , 1997.

Costa Reparaz, E. *Problemas y Cuestiones de Matemáticas para Economistas*.
Ed. Pirámide 1991.

**Prieto, E. y otros. *Ejercicios Resueltos de Matemáticas*.
Ed. Centro Estudios Ramón Areces S.A. ,1991.**

Ramos, Agustín. *Problemas de Matemáticas 2*.
Universidad de Santiago.

Tebas Flores, E. *Problemas de Matemáticas*.
Ed. Tebas Flores, 1975.

Vilar - Gil - Gutiérrez - Heras. *Cálculo Diferencial para la Economía (Un enfoque teórico-práctico)*. Ed. AC.,1993.