



**GUÍA DOCENTE**

**DE**

**MATEMÁTICAS PARA**

**ECONOMISTAS I**

Curso 2008-09

## PRESENTACIÓN DA MATERIA

*“Aprender significa descubrir o que xa sabes. Facer significa demostrar que o sabes. Enseñar e recordar aos demais que saben tanto como ti. Somos todos estudantes, aprendices e maestros” R. Bach.*

Nas páxinas que seguen atoparás información e suxestións que che serán de axuda para cursar esta materia. Ademais do programa comentado e da bibliografía recomendada, tes un plan de traballo para o curso e un cadro co cálculo do esforzo en horas que aproximadamente deberías dedicarlle. A asistencia ás aulas será de carácter obrigatorio porque elixiches como método de avaliación a avaliación continua. En calquera caso, a información desta guía será completada directamente polas túas profesoras no día a día de docencia.

## **DATOS BÁSICOS DA MATERIA**

NOME: Matemáticas para Economistas I

CÓDIGO: 191104

ANO DO PLAN DE ESTUDO: 2002

TIPO: Troncal

Créditos totais: 9

Créditos teóricos: 6

Créditos prácticos: 3

CURSO: 2008-09

CUADRIMESTRE: Anual

CICLO: 1º

GRUPO: Experimental

PROFESOR: Isabel Méndez, Julio Pallas, Rosalía Porto

## **DATOS ESPECÍFICOS DA MATERIA**

### **1. DESCRITOR**

A descrición dos contidos desta materia que figuran no BOE é a seguinte:

- Elementos básicos de álgebra lineal.
- Cálculo diferencial.
- Cálculo integral.

### **2. SITUACIÓN**

#### **2.1. COÑECEMENTOS PREVIOS:**

O estudante matriculado en Matemáticas para Economistas I deberá ter en conta os seguintes comentarios e suxestións para poder superar con éxito esta materia:

- Se tes cursado en 2º de bacharelato as Matemáticas II: A preparación do programa non entrañará unha dificultade especial, xa que en gran medida ampliaremos e completaremos o programa de matemáticas que xa cursaches en 2º de bacharelato.
- Se non tes cursado en 2º de bacharelato as Matemáticas II ou se tiveches dificultades coas matemáticas durante o bacharelato: Recomendámosche que acudas ás aulas da materia Iniciación as Matemáticas. Ademais de poder incorporar ao teu expediente créditos de libre configuración, proporcionarache a base necesaria para seguir o programa da materia sen ter que ir de continuo a repasar ou a estudar conceptos e resultados anteriores necesarios para o desenvolvemento do programa e que non figuran explicitamente nel.

#### **2.2. CONTEXTO DENTRO DA TITULACIÓN:**

As materias de matemáticas na Licenciatura de Economía teñen un carácter basicamente instrumental e de uso xeneralizado nas materias de economía cun contido cuantitativo. Case calquera manual básico de economía utiliza símbolos matemáticos para formalizar conceptos e para expoñer problemas, e teoremas matemáticos para axudarse nos seus razonamentos económicos. Nesta materia estudaranse conceptos e resultados de álgebra lineal, de cálculo diferencial e de cálculo integral, necesarios para a modelización e resolución de problemas económicos. A utilización da linguaxe matemática e dos resultados estudados neste 1º curso, ademais de ser fundamental para as matemáticas que cursarás en 2º, tamén o é para as

optativas de matemáticas que figuran no plano de estudos e que se indican a continuación.

#### **1º curso**

Matemáticas para Economistas I

#### **2º curso**

Matemáticas para Economistas II

Ampliación de Matemáticas para Economistas (Optativa de 1º ciclo)

#### **4º curso**

Modelos Matemáticos para a Economía (Optativa vinculada a especialidade de Análise Económica)

#### **5º curso**

Modelos da Dinámica Económica (Optativa da especialidade de Análise Económica)

Podes ver como esta materia situada no primeiro curso inicia a túa formación en matemáticas que require a licenciatura, formación que será completada obrigatoriamente en 2º coa materia Matemáticas para Economistas II. Observa que en 2º terás unha optativa na que poderás estudar a teoría de xogos e en 4º e 5º optativas que che poden proporcionar unha base matemática máis extensa nos temas de programación matemática, de teoría de xogos e de optimización dinámica.

Esta materia será de utilidade tamén nas materias doutros cursos vinculadas coas matemáticas como a microeconomía, a macroeconomía, a econometría, a estatística ou a economía da empresa. Por outro lado, o estudo das matemáticas aumenta a capacidade de análise en xeral, a capacidade para analizar e formular con rigor calquera problema e colocarse así nun bo punto de partida para abordar a súa solución. Así, unha boa formación matemática é un valor engadido en alza na demanda de profesionais da Economía.

### **3. COMPETENCIAS**

#### **3.1. COMPETENCIAS TRANSVERSAIS/XENÉRICAS:**

Incorporaremos o uso do ordenador no proceso de docencia e autoaprendizaxe do estudante por dúas vías:

- A través do uso e traballo no curso virtual.
- Utilizando o programa matemático MAPLE para a introdución dalgún dos conceptos teóricos e desenvolvemento das aulas prácticas.

### **3.2. COMPETENCIAS PERSONAIS:**

Fomentaremos o traballo en equipo e a participación na aula para intentar crear un clima de comunicación que favoreza o proceso de aprendizaxe a través da:

- Formación de grupos de traballo.
- Resolución conxunta dentro da aula de diferentes cuestións.

### **3.3. COMPETENCIAS ESPECÍFICAS:**

Na primeira parte da materia estudaremos álgebra lineal. Na maioría dos modelos matemáticos máis elementais cos que traballan os economistas aparecen sistemas de ecuacións lineais estudadas na álgebra lineal. Ademais, para abordar grandes sistemas de ecuacións, como ocorre na análise input-ouput, é conveniente traballar cos conceptos de vector, matriz e determinante estudados na álgebra lineal. En realidade os métodos de álgebra lineal que vas estudar na materia, aparte dos mencionados, a redución de matrices e as formas cuadráticas coa súa clasificación, son imprescindibles na teoría da optimización lineal e non lineal, nas ecuacións diferenciais e en diferenzas na estatística e na econometría.

Na segunda parte da materia estudarás cálculo diferencial nunha e en varias variables e dous temas de cálculo integral. As funcións son a linguaxe básica de calquera modelo matemático aplicado a economía (funcións de oferta e demanda, de custo e de beneficio, de produción de consumo) e por iso faremos unha discusión xeral das funcións de varias variables e, como caso particular, as dunha variable estudando para elas as definicións e as clasificacións fundamentais (diferenciabilidade, formula de Taylor, homoxeneidade) así como as súas aplicacións económicas máis relevantes (funcións marxinais, elasticidades). Finalizamos esta parte da materia co estudo da integral de Riemann de funcións dunha e de dúas variables. Algúns dos conceptos máis importantes da estatística exprésanse mediante integrais de funcións de distribución, e noutras materias de economía úsanse, por exemplo, para obter unha variable stock a partir dunha variable fluxo.

Os obxectivos específicos desta materia imos formulalos nos seguintes termos:

- Introducir aos estudantes na necesidade das matemáticas na economía actual máis alá da necesidade de aprobar a materia.
- Inculcar o carácter progresivo do estudo da materia.
- Motivar o estudo con exemplos e con problemas económicos.
- Aprender a estudar distinguindo o esencial do menos importante tanto para esta materia

como para a restantes da licenciatura, utilizando a memoria só como un complemento da lóxica e o razonamento e promovendo o estudo reflexivo con papel e bolígrafo nos conceptos máis complexos.

- Saber formular e resolver exercicios coas técnicas de álgebra lineal e do cálculo diferencial e integral que aparecen no programa da materia.

#### **4. NÚMERO DE HORAS DE TRABAJO DO ALUMNO:**

Nº de horas:

- Clases teóricas: 60
- Clases prácticas:30 (inclúen 1 hora de docencia con ordenador cada 15 días)
- Tutorías especializadas colectivas: 10
- Traballo persoal autónomo:  
A) Horas de estudo: 30 (1 hora semanal)  
B) Preparación de farefas: 30 (1 hora semanal)

Total:160 horas

Esta materia esixe un mínimo de 60 horas de traballo autónomo do alumno, ademais das horas de asistencia ás aulas tanto teóricas como prácticas. A estimación deste tempo medio de traballo autónomo é orientativa e virá modificada fundamentalmente pola atención e pola participación nas actividades da aula e das complementarias, pola base en matemáticas de cada un e pola facilidade para o razonamento lóxico e abstracto.

#### **5. TÉCNICAS DOCENTES**

Sesións académicas teóricas

Exposición e debate:

Tutorías especializadas

Sesións académicas prácticas

Tarefas individuais e en grupo encargadas polas profesoras:

## 6. METODOLOXÍA

A materia consta de 9 créditos distribuídos aproximadamente en 60 horas de clases teóricas e en 30 de clases prácticas (resolución de exercicios prácticos na aula e no ordenador e exposicións de traballo en equipo). A explicación de cada tema do programa por parte da profesora irá precedida dunha presentación-esquema e dos obxectivos que se pretenden conseguir.

As tres horas de aulas correspondentes a cada semana do curso impartiranse nunha sesión de 2 horas e noutra de 1 hora. Na sesión de dúas horas, a primeira dedicárase á exposición teórica por parte da profesora e a segunda á resolución de exercicios; na sesión dunha hora faremos exercicios na aula de informática cada 15 días e exposicións dos traballos en equipo os días restantes.

Haberá un curso virtual da materia no que o alumno atopará a presente guía, apuntes desenvolvidos de cada tema, enlaces a páxinas matemáticas, información acerca de actividades voluntarias complementarias relacionadas coa materia, exercicios de autoavaliación, probas para a avaliación por parte das profesoras, tutorías virtuais e buzón de comentarios e suxestións así como foros de debate públicos (para todo o grupo) e privados (para cada grupo de traballo).

A docencia da materia impartirase en réxime de avaliación continua e levarase a cabo, dentro do rigor posible en formulacións e en procesos dedutivos propios da matemática, a través das seguintes actividades:

- Clases teóricas participativas.
- Resolución de exercicios na aula por parte dos alumnos e das profesoras.
- Exercicios realizados fóra da aula tanto en grupo como individualmente.
- Preguntas realizadas polas profesoras ao chou para manter a atención do estudante e ter o control do nivel de seguimento da explicación ou do problema.
- Traballo no curso virtual.

Para lograr os obxectivos formulados dentro das competencias transvesais e personais procederemos como segue:

- Para organizar o traballo en equipo formaranse grupos de 3 estudantes que unha vez cada cuadrimestre terán que preparar e expoñer na aula unha aplicación económica do instrumento matemático proposto polas profesoras. Así mesmo, ao final da exposición

cada grupo propoñerlles aos seus compañeiros a realización dun exercicio que será avaliado polo propio equipo.

- Para promover a participación e a comunicación na aula as profesoras farán preguntas individuais durante o desenvolvemento das clases e propoñerán cuestións que se resolverán entre todos.

Todo o anterior, xunto coas explicacións teóricas dos contidos básicos, axudará á consecución dos coñecementos específicos. O alumno terá á súa disposición todo o material da materia no curso virtual.

O desenvolvemento da materia farase de xeito que os alumnos poidan optar por unha preparación necesaria e mínima (apoio en titorías de tipo A con repaso e repetición de conceptos e demostracións de máis dificultade) e tamén para que teñan material e recursos para preparar a materia con máis profundidade (apoio en titorías de tipo B con demostracións de resultados non realizadas na aula e que afonden máis no tema obxecto de estudo). Tamén haberá as habituais titorías individuais para a solución de dúbidas e de dificultades particulares.

Poderase superar a materia sen saber facer demostracións, dominando as técnicas correspondentes a cada tema, entregando os exercicios que se soliciten ou ben obter as cualificacións máis altas preparando o material e os exercicios que se recomenden para este fin.

## 7. TÉCNICAS DE AVALIACIÓN

Nesta materia con avaliación continua non haberá exames.

As probas escritas de avaliación realizaranse sen previo aviso durante o horario de clases prácticas. A cualificación obtida nestas probas representará o 25% da cualificación final e o 75% restante poderase obter do xeito que se indica no seguinte cadro:

<b>Aspecto</b>	<b>Criterios</b>	<b>Factor</b>	<b>Instrumento</b>	<b>Peso</b>
<b><i>Participación</i></b>	Participación activa na aula	Resposta e formulación de preguntas	Observacións e notas das profesoras	<b>5%</b>
<b><i>Contidos</i></b>	Coñecementos da materia	Comprensión e aplicación dos conceptos	Probas escritas	<b>25%</b>
<b><i>Traballo en equipo</i></b>	Resolución e exposición dos traballo en grupo	- Estructura e presentación do traballo. - Coñecementos demostrados. - Calidade das explicacións. - Esfuerzo realizado. - Exercicio formulado aos compañeiros	Valoración das profesoras	<b>10%</b>
<b><i>Traballos corrixidos polos compañeiros</i></b>	Coñecementos da materia		Cualificación facilitada polos alumnos	<b>15%</b>
<b><i>Tarefas para realizar fóra da aula</i></b>	Coñecementos da materia	Claridade na presentación e na xustificación de resultados	Valoración da profesora	<b>15%</b>
<b><i>Cuestionarios no curso virtual</i></b>			Autocorrección	<b>15%</b>
<b><i>Traballo teórico e práctico voluntario</i></b>			Valoración das profesoras	<b>15%</b>

Os estudantes que non alcancen a cualificación de 5 puntos na avaliación continua deberán presentarse ao exame final da materia.

## **8. BLOQUES TEMÁTICOS**

### **ÁLXEBRA**

1. Espazos vectoriais
2. Matrices e aplicacións lineais
3. Determinantes
4. Sistemas de ecuacións lineais
5. Redución de matrices
6. Formas cuadráticas

### **CÁLCULO**

1. O espazo euclídeo n-dimensional
2. Funcións reais de varias variables reais: límites e continuidade
3. Funcións de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  diferenciables
4. Diferenciación de funcións de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$
5. Aplicacións económicas da derivación de funcións
6. Teoría da integral

## **9. BIBLIOGRAFÍA**

### ***9.1 XERAL***

Como se dixo anteriormente, o material teórico e práctico dos diferentes temas do programa elaborado polas profesoras estará no curso virtual. Polo tanto, esa é a bibliografía básica e fundamental para o seguimento da materia, a que desempeñará o papel de libro de texto. Dado o carácter progresivo da docencia e da aprendizaxe da materia non estableceremos enlaces duns temas con outros porque, como se observará ao longo do curso, dun xeito ou doutro todos teñen elementos comúns propios da linguaxe e do razonamento matemático, e as técnicas específicas dun tema será usadas como instrumento complementario en calquera dos seguintes. Non faremos comentario bibliográfico específico para cada tema posto que pola propia esencia da materia calquera manual básico de matemáticas para economistas trata de xeito análogo todos os temas do programa e, xa que logo, os comentarios bibliográficos para cada tema separadamente faríanse demasiado repetitivos. Así, as recomendacións e os comentarios bibliográficos de carácter xeral son as seguintes:

- **KNUT SYDSAETER; Matemáticas para el Análisis Económico. Ed. Prentice-Hall**

Neste libro os autores -durante anos profesores de matemáticas en departamentos de economía- propoñen unha aprendizaxe da matemática motivada e aplicada, con exemplos económicos. Abarca todos os temas das matemáticas obrigatorias que terás que cursar na licenciatura e nel destacaríamos, ademais da gran cantidade de exercicios propostos e resoltos, que en conxunto proporciona unha boa intuición das matemáticas que ten que estudar un alumno de Economía. Subliña en cada tema xusto o esencial para o estudo menos ambicioso así como os exercicios fundamentais, distinguíndoos así dos contidos de nivel máis avanzado.

- **ARYA-LARNER; Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía. Ed. Pearson. Prentice-Hall**

Neste libro trátanse todos os temas do noso programa de xeito doado e motivador onde os resultados matemáticos que se estudan veñen seguidos ou precedidos de aplicacións en administración e en economía. Malia non ser moi rigoroso desde o punto de vista matemático, o seu enfoque, as aplicacións, o repaso dos requisitos previos para o estudo de cada tema, o uso de cadros para subliñar as fórmulas e os resultados principais, fan del un libro recomendable para unha aproximación máis práctica que teórica á nosa materia.

Nos seguintes libros disporás dunha boa e extensa selección de problemas resoltos de álgebra lineal e de cálculo diferencial.

- **ARVESÚ, MARCELLÁN, SÁNCHEZ; Problemas resueltos de Álgebra Lineal. Ed. Thomson.**
- **GARCÍA, RUIZ,SAIZ; Álgebra. Teoría y Ejercicios. Ed. Paraninfo.**
- **CLAVO, ESCRIBANO,FERNÁNDEZ y otros; Problemas resueltos de Matemáticas aplicadas a la Economía y la Empresa. Ed, AC.**

## 10. RECOMENDACIÓN XERAL PARA A PREPARACIÓN DO TEMARIO

Como recomendacións de carácter xeral para a aprendizaxe e superación desta materia:

- É conveniente que **día a día comprendas o explicado** na propia aula ou completando co tempo de repaso atento que precisas, e coa axuda que podes recibir nos seminarios e titorías; ten en conta que **preguntar na aula as dúbidas** que che poidan xurdir durante as explicacións, **realizar o traballo proposto** e acostumarse a falar coas profesoras e tamén cos compañeiros de calquera cuestión ou suxestión que poidas ter forma parte dos obxectivos do curso e, xa que logo, tamén da tua avaliación.
- Debes aprender a **diferenciar** o que é propiamente estudo e **memorización** do que é a asimilación e **comprensión do explicado**. Para dominar os conceptos e as definicións non é suficiente aprendelos de memoria senón que cómpre profundizar no seu significado realizando o traballo persoal correspondente.
- Os temas que constitúen os diferentes bloques están estreitamente relacionados entre eles e é necesaria que a **aprendizaxe** sexa **progresiva** o que supón a comprensión de conceptos anteriores para poder estudar os novos.
- Se tes dificultade coa formalización matemática dos conceptos é aconsellable que primeiramente trates de **comprendelos intuitivamente** para que despois poidas familiarizarte coa súa expresión matemática.
- Esta materia, e especialmente aqueles conceptos novos que entrañen máis dificultade, debe **estudarse con bolígrafo e papel**. Consideramos fundamental para unha axeitada asimilación da materia e o desenvolvemento da intuición, saber escribir correctamente na linguaxe matemática e representar xeometricamente na medida do posible todos aqueles conceptos e situacións que se formulen durante o curso. Visualizar xeometricamente calquera novo concepto será dunha grande axuda para a súa comprensión e mellora a capacidade de razonamento lóxico.

## 11. TEMARIO DETALLADO

---

# ÁLXEBRA LINEAL

## TEMA 1: ESPAZOS VECTORIAIS

1



Nesta primeira lección estudarás a estrutura de espazo vectorial e en particular o espazo  $\mathbb{R}^n$ . É neste espazo no que se traballará ao longo de todo o curso e no que se formulan a maioría dos modelos matemáticos usados polos economistas. Por isto cómpre que coñeças polo miúdo as súas propiedades.

### EPÍGRAFES:

1. Definición de espazo vectorial.
2. Subespazos vectoriais. Exemplos.
3. Dependencia e independencia lineal.
4. Base e dimensión.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Dado que nesta primeira lección estúdase  $\mathbb{R}^n$  que é o espazo no que traballaremos todo o ano, é imprescindible que manexes con soltura todos os conceptos indicados nos epígrafes anteriores.

## TEMA 2: MATRICES E APLICACIÓNS LINEAIS

2

Aínda que xa debes coñecer os conceptos de matriz e aplicación lineal, así como as operacións matriciais, nesta lección imos repasalos e completalos. Estudarás as propiedades tanto das matrices e das operacións con elas como das aplicacións lineais e da relación entre ambos os dous conceptos.

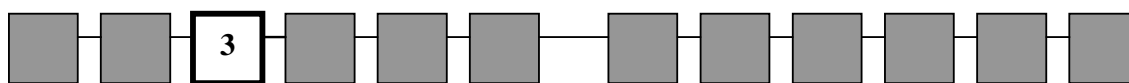
### EPÍGRAFES:

1. Revisión de álgebra de matrices: definicións básicas.
2. Operacións con matrices. Rango e inversa dunha matriz.
3. Definición e operacións básicas con aplicacións lineais.
4. Núcleo e imaxe dunha aplicación lineal.
5. Caracterización das aplicacións lineais. Inversa dunha aplicación lineal.
6. Matriz asociada a unha aplicación lineal.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

É imprescindible que aprendas a efectuar as operacións con matrices e que comprendas as propiedades básicas destas operacións, que coñezas o concepto de matriz invertible e que identifies as matrices que teñen inversa. Tamén tes que aprender a distinguir as aplicacións que son lineais, a determinar o seu núcleo e a súa imaxe e a coñecer e a saber aplicar o teorema da dimensión. Por último, tes que comprender a relación entre as aplicacións lineais e as matrices.

## TEMA 3: DETERMINANTES



Os determinantes son unha das ferramentas mais útiles da álgebra lineal, con moitas aplicacións noutras ciencias, entre elas na economía.

Nesta lección estudarás os determinantes, as súas propiedades e o seu cálculo. Ademais, completaremos dúas cuestións que quedaron pendentes da lección anterior: o cálculo da inversa e do rango dunha matriz que, aínda que é posible facelo mediante outros métodos, o máis sinxelo e estendido require o uso dos determinantes.

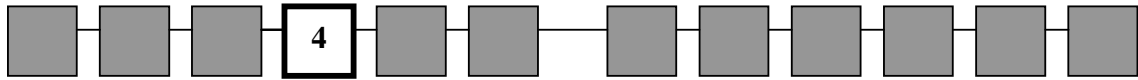
### EPÍGRAFES:

1. Definición e. propiedades.
2. Cálculo dos determinantes.
3. Aplicación ao cálculo da inversa e do rango dunha matriz.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Xa que, como dixemos anteriormente, o determinante ten múltiples aplicacións, debes manexar con soltura todos os epígrafes anteriores. O seu cálculo será imprescindible para resolver os sistemas de ecuacións lineais que se estudarán na seguinte lección.

## TEMA 4: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEAIS



Xa sabes que os sistemas de ecuacións lineais aparecen frecuentemente nos modelos económicos. Nesta lección estudaremos as distintas maneiras de formular un sistema de ecuacións, as condicións que nos indican cando ten solución e de que tipo é esta e os métodos de resolución.

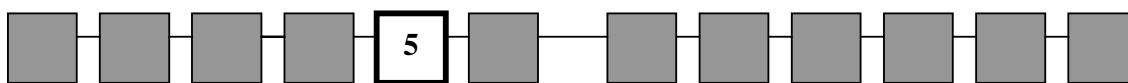
### EPÍGRAFES:

1. Introducción, definición e exemplos.
2. Sistema de Cramer.
3. Sistemas homoxéneos
4. Caso xeral

### CONTIDOS ESENCIAIS:

É imprescindible que saibas cando un sistema ten solución ou se non a ten e, no caso de que a teña, saber calculala.

## TEMA 5: DIAGONALIZACIÓN DE MATRICES



Nesta lección estudaremos os autovalores e os autovectores. Son unha ferramenta moi útil que precisaremos no vindeiro curso para resolver os sistemas dinámicos discretos (sistemas de ecuacións en diferenzas). De xeito máis inmediato utilizaranse para diagonalizar matrices cadradas (outro dos obxectivos da lección). A diagonalización de matrices é necesaria para o estudo das formas cuadráticas do que nos ocuparemos no seguinte tema.

### EPÍGRAFES:

1. Autovalores, autovectores e polinomio característico.
2. Diagonalización dunha matriz cadrada.
3. Diagonalización dunha matriz simétrica.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Comprender e saber calcular os autovalores e os vectores propios dunha matriz cadrada. Saber cales son as matrices que se poden diagonalizar e como facelo.

## TEMA 6: FORMAS CUADRÁTICAS

6

As expresións cuadráticas aparecen con frecuencia nos problemas económicos. Nesta lección aprenderemos a recoñecelas e a clasificalas. Os resultados que se estudarán serán necesarios para a resolución de problemas de optimización.

### EPÍGRAFES:

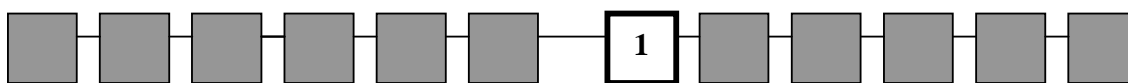
1. Definición.
2. Expresión canónica dunha forma cuadrática.
3. Clasificación dunha forma cuadrática.
4. Criterios para a clasificación dunha forma cuadrática.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Recoñecer, obter a expresión canónica e clasificar unha forma cuadrática.

# **CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

## TEMA 1: O ESPACIO EUCLIDEO N-DIMENSIONAL



O estudio do espacío euclídeo  $\mathbb{R}^n$  é forzoso antes de comezar cas funcións de varias variables, xa que nel se desenvolven os conceptos que despois desenvolveremos na teoría de funcións. Existen unha gran cantidade de comportamentos xeométricos que dependen dos conceptos de distancia e ángulo entre vectores que proveñen do produto escalar en  $\mathbb{R}^n$ . Dende o concepto de distancia introducimos os aspectos topolóxicos fundamentais de interior, fronteira, adherencia, conxunto aberto, pechado, convexo e acotado. Tamén neste tema vas a recordar e afondar no concepto de sucesión e límite de números reais e no seu cálculo.

### EPÍGRAFES:

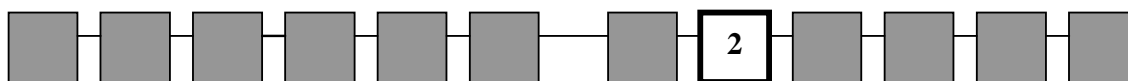
1. Produto interior e distancia en  $\mathbb{R}^n$ .
2. Nocións topolóxicas en  $\mathbb{R}^n$
3. Límite de sucesións de números reais.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

E moi importante que te familiarices cas representacións xeométricas en  $\mathbb{R}^2$  e en  $\mathbb{R}^3$  e cos conceptos topolóxicos que se introducen e repasan neste tema; recorda que traballaches con eles en  $\mathbb{R}$  e agora estas xeneralizando o aprendido en anos anteriores o seu contexto matemático natural  $\mathbb{R}^n$ .

O concepto de límite é un concepto difícil, se cadra máis na súa formalización matemática que na súa intuición. Non te preocupes se nun primeiro momento resultache demasiado complexo e tampouco non desistas de enténdelo e de aprendelo xa que a partir del estableceranse os conceptos fundamentais de cálculo, os conceptos de continuidade e diferenciabilidade.

## TEMA 2: FUNCIÓNS REAIS DE VARIAS VARIABLES REAIS: LÍMITES E CONTINUIDADE



Neste tema vas estudar a linguaxe, as operacións e os resultados básicos para as funcións dunha e de máis variables independentes, elementos imprescindibles na teoría económica ou na economía da empresa. Na maioría das aplicacións terás que enfrontarte a magnitudes económicas que non dependen dunha sola variable senón de varias: a función de demanda, o volume de vendas dun produto, a balanza de pagamentos de calquera nación.

En case todo o tema consideraremos funcións de dúas variables independentes. Podemos pensar a súa representación gráfica en  $\mathbb{R}^3$  e a introducción dos conceptos fundamentais de límite e continuidade é moito máis intuitivo para funcións de dúas variables. Por outro lado, a xeneralización a tres ou máis variables e case sempre bastante directa. Tamén pola súa importancia na economía estudarás o concepto de curva de nivel cando traballes con unha función de dúas variables  $z=f(x,y)$ .

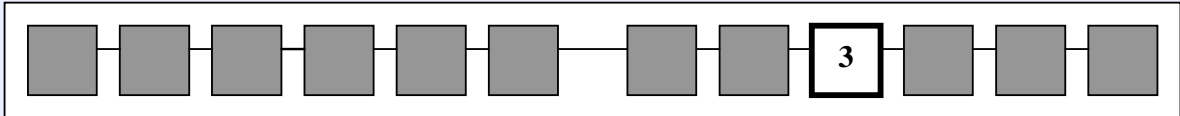
### EPÍGRAFES:

1. Dominio, percorrido e gráfica dunha función. Curvas de nivel.
2. Operacións alxébricas con funcións.
3. Límite e continuidade dunha función dunha e de dúas variables. Límites direccionais.
4. Límite e continuidade de funcións de  $n$  variables

### CONTIDOS ESENCIAIS:

É fundamental que comprendas ben a linguaxe e os resultados básicos de operacións con funcións e a súa representación gráfica. Será suficiente con que comprendas e manexes os conceptos para funcións dunha e de dúas variables deixando as notacións e as formulacións do caso xeral de  $n$  variables para un estudio máis profundo do tema. Terás que comprender ben o concepto de límite direccional para funcións de dúas variables e por suposto o de continuidade e o fundamental na teoría económica de curva de nivel

## TEMA 3: FUNCIONES DE R EN R DIFERENCIABLES



Neste tema vas repasar, ampliar e afondar en conceptos de cálculo que aprendiches no teu bacherelato. Para estudar os conceptos de continuidade e derivabilidade dunha función real de variable real, particulizaremos os conceptos topolóxicos introducidos na lección anterior a recta real.

O concepto e as propiedades das funcións continuas son moi intuitivas e unha simple ollada o gráfico dunha función continua persuádenos da súa validez.

A idea da razón de cambio dunha función, que se expresa como a súa derivada primeira, é a base do cálculo diferencial, e a aplicación deste concepto a análise marxinal é a aplicación máis directa do cálculo na economía. Unha vez definido e interpretado o concepto de derivada dunha función nun punto, estudarás a relación entre a derivabilidade e a continuidade así como as distintas regras que permiten calcular derivadas de funcións sen utilizar a definición.

### EPÍGRAFES:

1. Derivada dunha función nun punto.
2. Cálculo de derivadas e regras de derivación
3. Teoremas relativos as funcións derivables
4. Estudio da curva representación dunha función
5. Derivadas sucesivas e formula de Taylor

### CONTIDOS ESENCIAIS:

O esencial deste tema e o concepto de derivada. E esencial que te familiarices con él en todas as súas interpretacións, xeométrica, analítica, intuitiva e que memorices a tabla de derivadas das funcións elementais que che proporcionaremos.

## TEMA 4: DIFERENCIACIÓN DE FUNCIONES DE $\mathbb{R}^N$ EN $\mathbb{R}^N$

4

O concepto de derivada que estudiaches para funcións dunha variable pode xeneralizarse para funcións de máis dunha variable e con unha nova xeneralización para funcións vectoriais. Moitos dos desenvolvementos da corrente marxinalista na Economía baséanse no concepto de derivada parcial: utilidade marxinal, productividade marxinal,.... Como estas familiarizado co concepto de derivada non atoparas dificultade en asimilar a noción de derivada parcial nin tampouco o concepto de diferenciabilidade. Tampouco deberas de atopar dificultade en comprender e calcular derivadas de orden superior e a definición de Polinomio de Taylor. Este polinomio permite calcular de xeito aproximado os valores da función e é extremadamente útil na teoría da optimización. Finalizaras o tema estudiando a regra da cadea, básica para derivar funcións compostas.

### EPÍGRAFES:

1. Función diferenciable
2. Derivadas direccionais e derivadas parciais
3. Vector gradiente e propiedades. Matriz Hessiana
4. O polinomio de Taylor
5. Derivadas de funcións vectoriais. Matriz xacobiana.
6. Regra da cadea para a composición de funcións.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Este é un tema extenso do que é esencial que manexes o concepto e cálculo de derivadas parciais, o vector gradiente e a matriz hessiana, o teorema de Taylor para funcións de dúas variables e a regra da cadea para a derivación dunha composición.

## TEMA 5: APLICACIÓNS ECONÓMICAS DA DERIVACIÓN DE FUNCIONES

5

Moitos dos desenvolvementos da corrente marxinalista na Economía baséanse no concepto de derivada parcial: utilidade marxinal, productividade marxinal,....

Unha modalidade do concepto de derivada, de gran aplicación no coñecemento da ciencia económica, e o de elasticidade dunha función representando aproximadamente a variación porcentual da función cando a variable independente sofre un cambio do 1%.

O estudar Teoría Económica, frecuentemente aparecen unhas funcións particulares denominadas funcións homoxéneas, en especial cando se consideran funcións de utilidade ou funcións de produción do tipo Cobb-Douglas. Utilízanse en moitos dos desenvolvementos neoclásicos e permiten formalizar a importante noción económica de rendementos a escala.

### EPÍGRAFES:

1. Funcións marxinais na Economía.
2. Elasticidades e relacións de substitución
3. Funcións homoxéneas. Teorema de Euler. Rendementos a escala

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Este é un tema que en gran medida pode ser para ti unha explicación desta materia na túa licenciatura. É esencial que asocies o concepto de marxinal coa derivada, e que coñezas as funcións homoxéneas xunto co resultado principal do teorema de Euler.

Recomendación: Non desaproveites a oportunidade de aprender ben os conceptos económicos asociados a súa formalización matemática porque eso aumentara a túa capacidade para asimilar novos conceptos e a túa confianza ante as probas de avaliación. Afonda na relación entre a intuición do concepto e a súa formalización.

## TEMA 6: TEORÍA DA INTEGRAL

6

Neste tema, que amplía as primeiras nocións de integración aprendidas no bachelato, estudarás o proceso inverso ao de diferenciación: coñecendo a derivada buscamos a función. A integración será de aplicación inmediata cando, por exemplo, esteas manexando un modelo de custos no que o custo marxinal é unha función coñecida do nivel de produción e necesitas calcular o custo total de producir  $x$  artigos. Tamén terás que integrar para obter unha función de distribución a partir dunha función de densidade ou o valor presente dun ingreso continuo. Traballaremos os dous métodos fundamentais de integración: integración por partes e por cambio de variable e falaremos dos teoremas fundamentais do cálculo integral.

As integrais dobres atoparalas en estadística cando teñas que determinar funcións de distribución de variables aleatorias bidimensionais. Aprenderas a calcular integrais dobres en recintos de  $\mathbb{R}$  mediante un dobre proceso de integración unidimensional

### EPÍGRAFES:

1. Integral de Riemann. Propiedades e Regra de Barrow
2. Integrais dobres: concepto e cálculo.

### CONTIDOS ESENCIAIS:

Este tema é fundamentalmente práctico e polo tanto tes que traballar con soltura cos métodos de integración que nel aprenderás

Recomendacións: É preciso que teñas ben aprendidas as derivadas das funcións máis usuais; esta é unha cuestión única e exclusivamente de memoria, cousa diferente do concepto de derivada, que che simplificará moito o cálculo de primitivas (se  $\cos(x)$  é a derivada da función  $\sin(x)$ , daquela  $\cos(x)$  é unha primitiva de  $\sin(x)$ ).