



XXXVI Olimpiada Matemática Española

Fase de Galicia, xaneiro de 2000

- 1 Sobre un taboleiro de 1×2000 cadros, dous xogadores, por turnos, van escribindo as letras A ou U nos cadros baleiros. O primeiro xogador que consiga completa-la palabra

U	A	U
---	---	---

 é o gañador. Se se enchen tódolos cadros sen que apareza a palabra UAU determínase empate.

Probar que o segundo xogador ten unha estratexia gañadora.

- 2 a) Dado un triángulo de vértices A, B e C, compobar que os catro triángulos que se forman ó uni-los puntos medios dos seus lados teñen igual área.

b) Dado un cuadrilátero de convexo de lados a, b, c e d , demostrar que a área do paralelogramo que se forma ó unir correlativamente os puntos medios de a, b, c e d , é a metade da do cuadrilátero dado.

- 3 Os números $1, 2, 3, \dots, 2n$ repártense en dous grupos de n números. En cada un dos grupos efectúanse as sumas de tódolos posibles pares de números (incluso os da forma $a+a$) e determínanse o restos ó dividir estas sumas entre $2n$.

Demostrar que en ámbolos dous grupos de números se obteñen exactamente os mesmos restos.

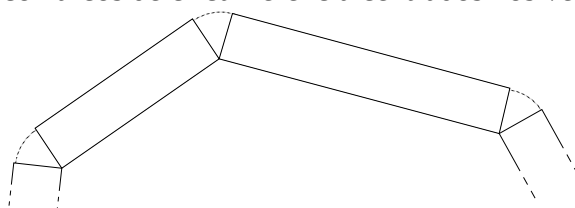
Para $n = 3$, escribi-los restos que se obteñen ó facer tódalas sumas co número 4.



XXXVI Olimpiada Matemática Española

Fase de Galicia, xaneiro de 2000

- 4 Sobre cada lado dun polígono convexo de lados $a_1, a_2, \dots, a_n$ constrúese un rectángulo de altura 1, completando os ocos con arcos de circunferencia centrados nos vértices (ve-la figura).



- a) Calcula-la área total da parte engadida.
b) ¿A que corresponde esta construción no caso dun círculo, e cal é o resultado?

- 5 Probar que non existen números enteiros m e n tal que

$$419 m^4 + 150 m^2 n + 1875 n^2 = 2000$$

- 6 Cál é o número mínimo de cadrados que hai que debuxar nunha folla en branco para conseguir unha grella de tamaño n ? (O debuxo é unha grella de tamaño 5)

