

LII Olimpiada Matemática Española

Fase Galega

Primeira sesión

Venres mañá, 15 de xaneiro de 2016

1. Sábese que con baldosas cadradas de lado un número exacto de unidades podemos embaldosar unha habitación de superficie 18144 unidades cadradas da seguinte maneira: o primeiro día poñemos unha baldosa, o segundo dúas baldosas, o terceiro tres, etc. Cantas baldosas serán necesarias?
2. Onte entrei na clase puntualmente s 9:00, como comprobei no meu reloxo, que nese intre funcionaba correctamente. Cando saín, ás 13:00, volví mirar o reloxo e vin que as tres agullas se desprenderan do seu eixo pero mantiñan a posición na que estaban cando o reloxo funcionaba. Curiosamente as agullas das horas e dos minutos aparecían superpostas exactamente, unha sobre a outra, formando un ángulo (non nulo) menor que 120° co segundeiro. A qué hora se me averiou o reloxo? (Dar a resposta en horas, minutos e segundos cun error máximo de un segundo; suponse que, cuando o reloxo funcionaba, as agullas avanzaban de forma continua.
3. Sexa ABC un triángulo non isósceles rectángulo en C con catetos $b > a$.
 - i) Determinar o lado do cadrado $AXYZ$ que circunscribe ao triángulo ABC (os vértices B e C teñen que estar en lados distintos do cadrado).
 - ii) Explicar paso a paso cómo construír o cadrado $AXYZ$ con regra e compás.

Non está permitido o uso de calculadoras.

Cada problema puntúase sobre 7 puntos.

O tempo de cada sesión é de 3 horas e media.

LII Olimpiada Matemática Española

Fase Galega

Segunda sesión

Venres tarde, 15 de xaneiro de 2016

4. As tres raíces do polinomio $x^3 - 14x^2 + Bx - 84$ son os lados dun triángulo rectángulo. Calcular B .
5. Nun triángulo ABC a bisectriz por A , a mediana por B e a altura por C son concurrentes e ademais a bisectriz por A e a mediana por B son perpendiculares. Se o lado AB mide una unidad, calcular canto miden os outros dous lados.
6. De cantas formas se poden pintar os vértices dun polígono con $n \geq 3$ lados usando tres cores de forma que haxa exactamente m lados, $2 \leq m \leq n$, cos extremos de cores diferentes?

Non está permitido o uso de calculadoras.

Cada problema puntúase sobre 7 puntos.

O tempo de cada sesión é de 3 horas e media.